**ПУБЛИКАЦИИ ПО ПРОЦЕДУРАТА**

1. P.V. Danchev, *Rings whose elements are sums of three or differences of two commuting idempotents*, Bull. Iran. Math. Soc. **44**(6) (2018), 1641-1651 -- IF: 0.280 (Q4).

(2) P.V. Danchev, *Rings whose elements are sums or minus sums of two commuting idempotents*, Bol. Un. Mat. Ital. **12**(1) (2019) -- SJR: 0.676.

(3) P.V. Danchev, *Rings whose elements are sums of three or minus sums of two commuting idempotents*, Alban. J. Math. **12**(1) (2018), 3-7.

(4) P.V. Danchev, *Rings whose elements are represented by at most three commuting idempotents*, Gulf J. Math. **6**(2) (2018), 1-6.

**НАУЧНИ ПРИНОСИ НА ПУБЛИКАЦИИТЕ**

Добре известна в алгебричната литература е дефиницията на *булев*пръстен, като пръстен, на който всеки елемент е идемпотент. Тези пръстени притежават структурна характеризация като поддиректни произведения на копия на полето Z\_2. В частност, те са винаги комутативни.

Като естествено обобщение на това понятие, японските математици Хирано и Томинага разглеждат в [HT] такива пръстени, за които всеки елемент е сума на два комутиращи идемпотента. Там е доказано, че елементите на тези пръстени удовлетворяват кубичното уравнение x^3 = x. Така те също са комутативни. Дори нещо повече - тези пръстени са поддиректно произведение на копия на полетата Z\_2 и Z\_3.

Така по твърде естествен начин възниква въпросът относно каква е структурата на пръстени, за които всеки елемент е сума на три комутиращи идемпотента. Това е успешно изяснено в две независими публикации, а именно в [TZS] от Танг, Жоу и Су, и в [D1] от Данчев. Оказва се, че тези пръстени са отново комутативни, като тук вече се появява и неразложимият пръстен Z\_4.  Дори нещо повече - в статията на Данчев се описват с точност до изоморфизъм тези пръстени, за които всеки елемент е или сума на три комутиращи идемпотента или е разлика на два комутиращи идемпотента. Твърде куриозно, но тези пръстени се оказват също комутативни, а тяхната изоморфна класификация е получена и изложена там в пълнота. Полученият за целта резултат също така обобщава съответната основна теорема, получена от Юнг-Кошан-Жоу в [YKZ], където разглежданите пръстени имат елементи, представени като сума или разлика на два комутиращи идемпотента. Новото е, че полето  Z\_5 удовлетворява по-общите условия, поставени в [D1].

От друга страна, в [D2] значително се разширяват постигнатите основни резултати в [HT], като за целта се изследват такива пръстени, чиито елементи са или сума или минус сума на два комутиращи идемпотента. Отново сюрпризиращото е, че получаваме комутативни пръстени, като при дадената пълна характеризация на тяхната структура, тук още веднъж се появяват пръстените Z\_4 и Z\_5.

Някои други по-нататъшни обобщения и разновидности на преставянето на елементи на пръстен, като целочислена линейна комбинация от идемпотенти, са също така разгледани съответно в [D3] и [D4].

**В резюме:**От изложеното по-горе ясно личи, че научните приноси на статиите [D1], [D2], [D3] и [D4] се състоят в това, че в тях напълно е дадена характеризацията (с точност до изоморфизъм) на значително много по-широки класове от пръстени, отколкото известните досвга в световната литература по това направление. В частност, се получават като тривиални следствия някои от гореизложените класически резултати по тази тематика в комутативната алгебра.

Това поражда повдигането на хипотезата, че *всеки пръстен, чиито елементи са сума на фиксиран брой от комутиращи помежду си идемпотенти, е задължително винаги комутативен.*

Товатвърдение понастоящем все още не е доказано!

**ЦИТИРАНА ЛИТЕРАТУРА**

[D1] P.V. Danchev, *Rings whose elements are sums of three or differences of two commuting idempotents*, Bull. Iran. Math. Soc. **44**(6) (2018), 1641-1651 -- IF: 0.280 (Q4).

[D2] P.V. Danchev, *Rings whose elements are sums or minus sums of two commuting idempotents*, Bol. Un. Mat. Ital. **12**(1) (2019) -- SJR: 0.676.

[D3] P.V. Danchev,*Rings whose elements are sums of three or minus sums of two commuting idempotents*, Alban. J. Math. **12**(1) (2018), 3-7.

[D4] P.V. Danchev, *Rings whose elements are represented by at most three commuting idempotents*, Gulf J. Math. **6**(2) (2018), 1-6.

[HT]  Y. Hirano and H. Tominaga, *Rings in which every element is the sum of two idempotents,* Bull. Austral.

Math. Soc. **37**(2018), 161–164.

[TZS] G. Tang, Y. Zhou and H. Su, *Matrices over a commutative ring as sums of three idempotents or three*

*involutions,* Linear and Multilinear Algebra **67**(2) (2019), 267-277.

[YKZ] Z. Ying, T. Kosan and Y. Zhou, *Rings in which every element is a sum of two tripotents*, Can. Math. Bull. **59**(3) (2016), 661–672.